



ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn: TOÁN KHỐI 11

Ngày thi: **23/4/2011**

Thời gian làm bài: **180** phút.
(không kể thời gian giao đề)

Chữ ký giám thị 1:
Chữ ký giám thị 2:

(Đề thi này có 1 trang)

Bài 1 (4 điểm). Giải hệ phương trình sau trên \mathbb{R}

$$\begin{cases} (1 + 4^{2x-y}) 5^{1-2x+y} = 1 + 2^{2x-y+1} \\ (2x + 3y + 3)(2 + 4^y) = 3 \cdot 4^{2x} \end{cases}$$

Bài 2 (4 điểm). Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) cắt nhau tại D và E. Trên tia đối của tia ED lấy điểm A. Một đường thẳng qua D cắt đường tròn (O_1) tại B khác D và cắt đường tròn (O_2) tại C khác D. Đường thẳng AB cắt đường tròn (O_1) tại P khác B, đường thẳng AC cắt đường tròn (O_2) tại Q khác C. Gọi M là giao điểm của các đường thẳng BE và DP, N là giao điểm của các đường thẳng CE và DQ. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác EBC. Chứng minh rằng đường thẳng AO vuông góc với đường thẳng MN.

Bài 3 (4 điểm). Tìm tất cả các hàm $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sao cho

$$f(x^2 - y^2) = xf(x) - yf(y) \quad \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

Bài 4 (4 điểm). Cho dãy số (x_n) thỏa mãn $x_1 \in (0;1)$ và $x_{n+1} = x_n + \left(\frac{x_n}{n}\right)^3 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$

a. Chứng minh rằng dãy số (x_n) có giới hạn hữu hạn khi $n \rightarrow \infty$.

b. Giả sử $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$. Chứng minh rằng $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2(a - x_n) = \frac{a^3}{2}$.

Bài 5 (4 điểm). Với mỗi số nguyên dương n , đặt $S_n = \{1, 2, \dots, n\}$. Phần tử j của S_n được gọi là điểm bất động của song ánh $p : S_n \rightarrow S_n$ nếu $p(j) = j$. Gọi $f(n)$ là số song ánh từ S_n đến S_n mà không có điểm bất động nào và $g(n)$ là số song ánh từ S_n đến S_n mà có đúng một điểm bất động. Chứng minh rằng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, ta có

$$|f(n) - g(n)| = 1.$$

Hết

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: